|  |
| --- |
| 结论十一：圆锥曲线的切线问题 |
| 结论 | 1.过圆C:(x-a)2+(y-b)2=R2上一点P(x0,y0)的切线方程为(x0-a)(x-a)+(y0-b)(y-b)=R2.2.过椭圆$\frac{x^{2}}{a^{2}}$+$\frac{y^{2}}{b^{2}}$=1上一点P(x0,y0)的切线方程为$\frac{x\_{0}x}{a^{2}}$+$\frac{y\_{0}y}{b^{2}}$=1.3.已知点M(x0,y0),抛物线C:y2=2px(p≠0)和直线l:y0y=p(x+x0).(1)当点M在抛物线C上时,直线l与抛物线C相切,其中M为切点,l为切线.(2)当点M在抛物线C外时,直线l与抛物线C相交,其中两交点与点M的连线分别是抛物线的切线,即直线l为切点弦所在的直线.(3)当点M在抛物线C内时,直线l与抛物线C相离. |
| 解读 | 在以上的结论中，我们可以用类比的方法，由过已知圆上和圆外的点的切线方程联想到过圆锥曲线上和圆锥曲线外的切线方程，触类旁通，实现知识的内迁，使知识更趋于系统化，取得事半功倍的效果。 |
| 典例 | 过双曲线上一点作双曲线的切线，若直线与直线的斜率均存在，且斜率之积为，则双曲线的离心率为（ ）A． B． C． D． |
| 解析 | 【答案】C【详解】设，由于双曲线在点处的切线方程为，故切线的斜率；因为，则，则，即双曲线的离心率。 |
| 反思 | 本题先设，则可得切线为，从而可求出直线的斜率，再由题意可得，则得，进而可求出双曲线的离心率。本题考查双曲线的方程与性质，考查考生直观想象、数学运算的核心素养，解题的关键是求出双曲线在点处的切线方程为，则有切线的斜率，再结题意可得答案，属于中档题 |
| 针对训练\*举一反三 |
| 1．已知椭圆具有如下性质：若椭圆的方程为，则椭圆在其上一点处的切线方程为，试运用该性质解决以下问题；椭圆，点*B*为在第一象限中的任意一点，过*B*作的切线*l*，*l*分别与*x*轴和*y*轴的正半轴交于两点，则面积的最小值为（ ）A．1 B． C． D．2【答案】C【详解】设，由题意得，过点*B*的切线*l*的方程为：，令，可得，令，可得，所以面积，又点*B*在椭圆上，所以，所以，当且仅当，即时等号成立，所以面积的最小值为.2．过点作圆的两条切线，切点分别为，，则（ ）A． B． C． D．【答案】D【解析】设，则直线*PA*的方程为，直线*PB*的方程为，点均在两直线上，故，直线*AB*的方程为3*x*+4*y*=4.点到直线*AB*的距离，则.本题选择*D*选项.3．过点*M*(2，－2*p*)作抛物线*x*2＝2*py*(*p*＞0)的两条切线，切点分别为*A*，*B*，若线段*AB*的中点的纵坐标为6，则*p*的值是（ ）．A．1 B．2 C．1或2 D．-1或2【答案】C【解析】由题意得，设切点分别为，所以切线方程为别为，，变形为由于两条切线都这M点，所以过A,B两点的直线方程为,变形，与抛物线组方程组，消去x得，解得或，选C.4．已知过圆锥曲线上一点的切线方程为.过椭圆上的点作椭圆的切线，则过点且与直线垂直的直线方程为（ ）A． B．C． D．【答案】B【详解】过椭圆上的点的切线的方程为，即，切线的斜率为.与直线垂直的直线的斜率为，过点且与直线垂直的直线方程为，即.5．过圆上一定点的圆的切线方程为.此结论可推广到圆锥曲线上.过椭圆上的点作椭圆的切线.则过点且与直线垂直的直线方程为（ ）A． B．C． D．【答案】A【详解】过椭圆上的点的切线的方程为，即，切线的斜率为，与直线垂直的直线的斜率为，过点且与直线垂直的，直线方程为，即.6．关于椭圆的切线由下列结论：若是椭圆上的一点，则过点的椭圆的切线方程为.已知椭圆.利用上述结论，则过椭圆上的点的切线方程为　　　　　. 【答案】【解析】由题意，将代入椭圆方程，得，所以，所以过椭圆上的点的切线方程为，即.7.已知抛物线C:x2=4y,直线l:x-y-2=0,设P为直线l上的点,过点P作抛物线C的两条切线PA,PB,其中A,B为切点,当点P(x0,y0)为直线l上的定点时,则直线AB的方程　　　　　. 【答案】y=$\frac{1}{2}$x0x-y0.【解析】联立方程得$\left\{\begin{matrix}x^{2}=4y,\\x-y-2=0,\end{matrix}\right.$消去y,整理得x2-4x+8=0,Δ=(-4)2-4×8=-16<0,故直线l与抛物线C相离.由结论知,P在抛物线外,故切点弦AB所在的直线方程为x0x=2(y+y0),即y=$\frac{1}{2}$x0x-y0.8.设椭圆C:$\frac{x^{2}}{4}$+$\frac{y^{2}}{3}$=1,点P$\left(1,\frac{3}{2}\right)$,则椭圆C在点P处的切线方程为　　　　　.  |

  ****